A

Abscisse

Aussi appelé l'axe des *x*, l'**axe des abscisses** est le premier axe de coordonnées cartésiennes. Dans le plan, c'est l'axe horizontal, orienté vers la droite.

L'**abscisse d'un point** (x, y) est la première coordonnée de ce point.

Accolades

Symbole servant à entourer un ensemble d'objets.

Exemple : $\mathbb{N} = \{0,1,2,3,\ldots\}$

Les accolades peuvent parfois être utilisées comme symbole de groupement d'opérations.

Exemple : $\{5-[2*(3+7)]\}$

On utilise une seule accolade pour donner des fonctions définies par morceaux, il n'y a alors que l'accolade de gauche.

Exemple : $|x| = \begin{cases} x & \text{si } x \geq 0 \\ -x & \text{si } x < 0 \end{cases}$

Addition

Opération binaire qui, à tout couple (x, y) d'éléments appelés les termes de l'addition, associe un nouvel élément appelé la somme de ces termes.

Exemple : $3+8=11$.
3 et 8 sont les termes de l'addition, et 11 est la somme.

L'addition de fractions se calcule à l'aide d'un dénominateur commun :

$$\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{ad+bc}{bd}.$$

Propriétés :

L'addition est commutative : $a+b=b+a$.
L'addition est associative : $a+(b+c)=(a+b)+c$.
Il existe un élément neutre pour l'addition : $0+a=a+0=a$.
Chaque nombre réel possède un élément opposé :
$a+(-a)=(-a)+a=0$.

Aire

Synonyme de « superficie », c'est la mesure d'une surface fermée à deux dimensions.

Les unités de mesure conventionnelles les plus utilisées pour mesurer une surface donnée sont le centimètre carré (cm^2), le mètre carré (m^2), le kilomètre carré (km^2).

Algèbre L'algèbre est une science qui a pour but d'effectuer aisément des raisonnements généraux et d'énoncer simplement des règles générales au moyen de symboles, de lettres et de nombres algébriques.

Amplitude d'un intervalle Distance d entre les bornes a et b de l'intervalle $[a;b]$, $[a;b[$, $]a;b]$ ou $]a;b[$.
On dit aussi diamètre de l'intervalle.

Amplitude d'une fonction Hauteur d'une fonction.
C'est le maximum des distances possibles entre deux points quelconques du graphique.
Elle s'obtient en calculant (valeur maximale – valeur minimale), si ces valeurs sont atteintes.
Dans le cas des fonctions trigonométriques sinus et cosinus, on suit plutôt la convention que l'amplitude de ces fonctions est la demi-hauteur.
maximale – valeur minimale.

Exemples : L'amplitude de $f(t)=\sin(3t)$ est 1.

L'amplitude de $g(r)=5\cos(2r)$ est 5.

L'amplitude de $h(x)=\dfrac{x}{x^2+1}$ est 1 : $h(1)-h(-1)=\dfrac{1}{2}-\dfrac{-1}{2}=1$.

Angle Figure géométrique formée de deux demi-droites de même origine.

Deux unités usuelles sont utilisées pour mesurer les angles. D'abord le radian. Il y a 2π radians dans une circonférence.
La deuxième unité couramment utilisée est le degré, avec les minutes et les secondes. Il y a $360°$ dans une circonférence ; 60 minutes dans un degré, et 60 secondes dans une minute.

Approximation Valeur qu'on accepte comme suffisamment voisine d'une grandeur, connue ou inconnue.

Arc cosécante L'arc cosécante d'un nombre x est un nombre réel dont la cosécante vaut x, c'est-à-dire dont le sinus vaut $\dfrac{1}{x}$.

Exemple : $\text{arccosec}\left(3/2\right)=\arcsin\left(2/3\right)\approx 0,7297$.

Arc cosinus L'arc cosinus d'un nombre x est un nombre réel dont le cosinus vaut x.

Par exemple, en radians, $\arccos\left(\sqrt{3}/2\right)=\dfrac{\pi}{6}$

Attention à la notation américaine, qui prévaut sur les calculatrices :
$\cos^{-1}\equiv\arccos$.

Arc cotangente L'arc cotangente d'un nombre x est un nombre réel dont la tangente vaut x, c'est-à-dire dont la tangente vaut ${}^{1}\!/_{x}$.

Exemple : $\operatorname{arccotg}(2) = \operatorname{arctg}\left({}^{1}\!/_{2}\right) \approx 0,4636$

De plus, $\lim\limits_{x\to\infty} \operatorname{arccotg}(x) = \lim\limits_{x\to\infty} \operatorname{arctg}\left({}^{1}\!/_{x}\right) = \lim\limits_{z\to 0} \operatorname{arctg}(z) = 0$.

Arc sécante L'arc sécante d'un nombre x est un nombre réel dont la sécante vaut x, c'est-à-dire dont le cosinus vaut $\frac{1}{x}$.

Exemple : $\operatorname{arcsec}(2) = \arccos\left({}^{1}\!/_{2}\right) = \frac{\pi}{3}$.

Arc sinus L'arc sinus d'un nombre x est un nombre réel dont le sinus vaut x.

Exemple : en radians, $\arcsin\left({}^{1}\!/_{2}\right) = \frac{\pi}{6}$.

Attention à la notation américaine, qui prévaut sur les calculatrices :

$\sin^{-1} \equiv \arcsin$.

Arc tangente L'arc tangente d'un nombre x est un nombre réel dont la tangente vaut x.

Par exemple, en radians, $\operatorname{arc\,tg}(1) = \frac{\pi}{4}$; et $\lim\limits_{x\to\infty} \operatorname{arctg}(x) = \frac{\pi}{2}$.

Attention à la notation américaine, qui prévaut sur les calculatrices :

$\tan^{-1} \equiv \operatorname{arc\,tg}$.

Associativité Propriété d'une opération selon laquelle les termes peuvent être groupés de différentes façons sans que le résultat de l'opération en soit modifié.

Exemples : L'addition est une opération associative.

$$\begin{aligned}(12+6)+2 &= 12+(6+2)\\ 18 \quad +2 &= 12+ \quad 8\\ 20 &= \quad 20\end{aligned}$$

La soustraction n'est pas associative.

$$\begin{aligned}(12-6)-2 &\neq 12-(6-2)\\ 6 \quad -2 &\neq 12- \quad 4\\ 4 &\neq \quad 8\end{aligned}$$

Asymptote L'asymptote à une courbe est une droite telle que la distance d'un point de cette courbe à cette droite tend vers zéro à mesure que le point avance sur la courbe.

Exemples : La droite $x = 3$ est une asymptote verticale de la courbe $y = \frac{2x+1}{x-3}$.

La droite $y = 2$ est une asymptote horizontale de la même courbe $y = \frac{2x+1}{x-3}$.

Axe — Droite orientée sur laquelle on détermine une longueur 1, servant de support à la représentation graphique d'un ensemble de nombres (en général, les nombres réels).

Axe des abscisses — Voir abscisse.

Axe des cotes — Dans l'espace, c'est-à-dire dans $\mathbb{R}^3$, c'est le troisième axe de coordonnées cartésiennes. C'est l'axe des z ; il est orienté vers le haut.

Axe des ordonnées — Voir ordonnée.

Axiome — Dans une théorie, proposition acceptée, qui n'est susceptible d'aucune démonstration.
Ce sont des propositions destinées à servir de base à un savoir scientifique ; seule leur cohérence est prise en considération, et non leur évidence.

Exemples d'axiomes : 0 est un entier naturel.

Toute paire de points d'un plan est incluse dans une et une seule droite.

Deux quantités égales à une même troisième sont égales entre elles.

Par un point pris hors d'une droite, on peut construire une et une seule droite parallèle à cette droite.

B

Base d'un logarithme — Si a est strictement positif et différent de 1 et si $x = a^y$, alors l'exposant y est appelé le logarithme de x en base a.

Base d'une fonction exponentielle — Dans une fonction exponentielle de la forme $f(x) = r \cdot a^x$, nombre a qui est la base de la puissance.

Base d'une puissance — Dans une exponentiation, nombre a qu'on élève à un exposant n.

Exemple : Dans l'expression 2^4, la base est 2.

Bijection — Voir fonction bijective.

Binôme

Expression algébrique composée de deux monômes irréductibles l'un par rapport à l'autre, et exprimés sous la forme d'une somme ou d'une différence.

Exemples : $3x^2+5,\ 5x-4y,\ 2-7b$ sont des binômes.

C

Capacité

Volume que peut contenir un récipient.
La capacité d'un récipient est l'espace utilisable de ce récipient.

Cardinal d'un ensemble

Nombre d'éléments d'un ensemble.

Les cardinaux des ensembles finis sont les nombres naturels.

Le cardinal d'un ensemble infini dénombrable, comme les entiers naturels ou les nombres rationnels, est noté $\aleph_0$ (aleph zéro).

Le cardinal de l'ensemble des nombres réels est noté $\aleph_1$ (aleph un).

Cardinalité

Nombre d'éléments contenus dans un ensemble fini.

Cathète

Chacun des deux côtés de l'angle droit d'un triangle rectangle.
Ce sont les deux côtés qui ne sont pas l'hypoténuse.

Centre d'un cercle

Point situé à égale distance de tous les points du cercle.

Centre d'une sphère

Point situé à égale distance de tous les points situés sur la sphère.

Cercle

Lieu de tous les points équidistants d'un point fixe appelé le centre du cercle. La distance séparant les points du cercle de son centre est appelée le rayon du cercle.

L'équation d'un cercle dont le centre est à l'origine du plan cartésien, est de la forme $x^2+y^2=r^2$. Le rayon de ce cercle est *r*.

L'équation du cercle, de rayon *r* et dont le centre est situé en (h,k), est $(x-h)^2+(y-k)^2=r^2$.

Exemple : Soit le cercle dont l'équation est $x^2+y^2-6x+10y+18=0$.

La transformation de cette équation sous sa forme canonique, obtenue par complétion de carré, donne $(x-3)^2+(y+5)^2=16$.

Le centre du cercle se situe donc en $(3,-5)$ et son rayon mesure $\sqrt{16}=4$.

Cercle inscrit

Cercle tracé à l'intérieur d'un polygone de telle sorte qu'il soit tangent à tous les côtés du polygone.

Cercle trigonométrique — Cercle centré à l'origine, et de rayon 1. Son équation est $x^2 + y^2 = 1$.

Chiffre — Caractère utilisé dans l'écriture des nombres.

Notre système de numération décimal utilise dix chiffres : 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 et 9.

On utilise les chiffres pour écrire les nombres. Un nombre peut être formé de 1 ou plusieurs chiffres.

Circonférence — Longueur d'un cercle. Elle est égale à $2\pi \cdot r$, où r est le rayon du cercle.

Coefficient — Facteur d'un monôme, exception faite de la ou des variables considérées.

<u>Exemples</u> : Dans le terme $2x^3$, 2 est le coefficient de x^3.
Dans le polynôme $ax^2 + bx + c$, a est le coefficient de x^2, b est le coefficient de x et c est le coefficient constant.

Commutativité — Propriété d'une opération selon laquelle les termes peuvent être intervertis sans que le résultat de l'opération en soit modifié.

<u>Exemples</u> : L'addition est commutative.

$$5+3=3+5$$
$$8 = 8$$

La soustraction n'est pas une opération commutative.

$$5-3 \neq 3-5$$
$$2 \neq -2$$

Complément d'un ensemble — L'ensemble complément de A, par rapport au référentiel U, est formé de tous les éléments de U qui n'appartiennent pas à A. Il est noté A^C.

Complétion de carré — Technique algébrique utilisée pour obtenir une différence ou une somme de carrés, à partir d'un polynôme quadratique à une variable.

$$a\,x^2 + b\,x + c = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2}{4a} + c.$$

Le carré est complété et on obtient une somme de carrés si $c - \frac{b^2}{4a} > 0$;

on a plutôt une différence de carrés si $c - \frac{b^2}{4a} < 0$.

Composition de fonctions — Étant donné deux fonctions $f: A \to B$ et $g: B \to C$, la composition de f et g, notée $g \circ f$, associe à un élément x de A l'élément $g\big(f(x)\big)$ dans C.

Exemple : Soit $f(x)=\dfrac{1}{x+1}$ et $g(x)=3x-2$ deux fonctions de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$.

Alors $f\circ g(x)=\dfrac{1}{(3x-2)+1}=\dfrac{1}{3x-1}$.

Remarque : La composition n'est pas une opération commutative. Dans l'exemple précédent, nous aurions

$$g\circ f(x)=3\left(\frac{1}{x+1}\right)-2=\frac{3}{x+1}-\frac{2(x+1)}{x+1}=\frac{1-2x}{x+1}\neq f\circ g(x)$$

Constante

Une **constante** est un terme qui désigne certains nombres remarquables.

Exemple : Le nombre π et e sont des constantes ; $\pi=3{,}141\ 519\ldots$ et $e=2{,}718\ 281\ldots$

Dans un polynôme, un **terme constant** est un terme qui ne contient pas de variable.

Exemple : Dans le binôme $5y-7$, –7 est le terme constant.

Une **fonction constante** est une fonction définie par $f(x)=k$, où k est un nombre réel : à chaque élément du domaine on fait correspondre un élément, toujours le même.

Contrainte

Condition restrictive imposée à une ou des variables.

Exemple : Supposons qu'on veut acheter 3 objets identiques, mais on ne possède que 50 $.
Désignons par x le prix d'un objet ; alors la contrainte de ce problème est : $3x\leq 50$.

Coordonnées cartésiennes

Dans un système de repérage cartésien, coordonnées associées à la position d'un objet.

La correspondance établie entre les points de la droite et l'ensemble des nombres réels s'appelle un système de coordonnées à une dimension.

Dans le plan cartésien, les coordonnées sont la donnée d'un couple (a,b) où a est l'abscisse du point et b est son ordonnée.

L'invention du système de coordonnées cartésiennes est souvent attribuée à René Descartes (1596–1650). En fait, la forme actuelle de ce système n'a été développée que longtemps après la mort de Descartes.

Courbure

Propriété locale d'une courbe représentée par un nombre qui caractérise la vitesse avec laquelle la tangente à cette courbe varie entre deux points de la courbe.

La courbure moyenne entre les points A et B d'un arc est le rapport entre, d'une part, la variation de la pente de la tangente en A et la pente de la tangente en B et, d'autre part, la longueur de l'arc AB.

Crochets

Symbole utilisé pour noter des intervalles.

Exemple : $[a,b[$ représente l'intervalle qui contient a, tous les nombres entre a et b, et pas b.

Les crochets peuvent parfois être utilisés comme symbole de groupement d'opérations.

Exemple : $\{5-[2*(3+7)]\}$

D

Degré – mesure d'angle

Unité de mesure des angles dans le système sexagésimal. Il correspond à $1/360^{e}$ de tour complet.

Remarques : Une rotation complète autour d'un point correspond à un angle de 360°.

Un degré est subdivisé en 60 minutes et une minute est subdivisée en 60 secondes.

Les unités de mesure d'angle degré, minute et seconde ne font pas partie du SI, mais l'usage les a maintenues.

Pour indiquer les subdivisions du degré, on utilise généralement le degré décimal plutôt que le degré sexagésimal ; on écrit donc 31,4° au lieu d'écrire $31°24'$.

Degré d'un polynôme

Le degré d'un polynôme **à une variable** est la valeur du plus grand exposant des différentes puissance de la variable de ce polynôme.
Le degré d'un polynôme **à plusieurs variables** est la somme des exposants affectant des variables et non des coefficients dans le terme où cette somme est la plus grande.

Exemples : Le degré du polynôme $3^7 y^4 - 8y^5 + 4y^2 - 6y + 1$ est 5.

Le degré du polynôme $2^6 x y - 5^2 x y^2 + 4x^2 y$ est 3.

Diamètre

Le **diamètre d'un intervalle** est la distance d entre les bornes a et b de l'intervalle $[a;b]$, $[a;b[$, $]a;b]$, ou $]a;b[$.

Le **diamètre d'un cercle** est un segment de droite qui relie deux points du cercle et qui passe par le centre de ce cercle.

Le **diamètre d'une sphère** est un segment de droite qui relie deux points de la sphère et qui passe par le centre de cette sphère.

Discontinuité — Propriété d'une fonction qui n'est pas continue dans un intervalle donné.

Une discontinuité d'une fonction $f(t)$ est une valeur de la variable t en laquelle la fonction est discontinue : $f(t)$ est discontinue en $t = c$ si un des 3 cas suivants arrive :

$f(c)$ n'est pas définie

$\lim_{t \to c} f(t) \neq f(c)$

$\lim_{t \to c} f(t)$ n'existe pas.

Distance entre deux points — La distance entre deux points A et B sur une droite, est donnée par la valeur absolue de la différence entre ces deux points : $|A - B|$.

Par exemple, la distance entre –3 et –7 est $|-3-(-7)| = 4$.

Dans le plan, la distance entre les deux points (x_1, y_1) et (x_2, y_2) est obtenue avec la formule $\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$.

De façon similaire, la distance entre deux points de l'espace, (x_1, y_1, z_1) et (x_2, y_2, z_2), est $\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + (z_1 - z_2)^2}$.

Exemples : La distance entre $(-2,3)$ et $(5,-4)$ est

$$\sqrt{(-2-5)^2 + (3+4)^2} = \sqrt{49+49} = 7\sqrt{2}$$

La distance entre les points $(4,-3,2)$ et $(-1,1,-1)$ est

$$\sqrt{(4+1)^2 + (-3-1)^2 + (2+1)^2} = \sqrt{25+16+9} = 5\sqrt{2}$$

Division — Opération binaire qui, à tout couple (x, y) de nombres, associe un nouveau nombre appelé le quotient.

Exemple : $24 \div 3 = 8$

La division de fractions se calcule en multipliant la fraction du numérateur par l'inverse de la fraction diviseur : $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$.

NOTE :– La division n'est pas commutative : $a \div b \neq b \div a$.

Domaine — Le domaine d'une fonction est l'ensemble de toutes les valeurs que les variables de départ peuvent prendre.

Exemples : Le domaine de $f(x)=\dfrac{3x-1}{x+2}$ est $\mathbb{R}-\{-2\}$ puisque x peut prendre toutes les valeurs à l'exception de –2 dans cette fonction.

Le domaine de $g(x,y)=x^2-y^2$ est $\mathbb{R}^2$ puisque les variables x et y peuvent prendre n'importe quelle valeur sans exception.

Le domaine de $h(x)=\ln(x-3)$ est $]3,\infty[=\{x|x>3\}$.

Droite

Une droite est le lieu géométrique formé de tous les points alignés du plan. Une droite est donc une ligne infinie.

L'équation d'une droite est une équation linéaire, en général à deux variables.
Les deux formes les plus fréquemment utilisées sont la forme standard $Ax+By+C=0$ et la forme pente-ordonnée à l'origine $y=mx+b$. Dans ce dernier cas, m est la pente de la droite alors que b est son ordonnée quand $x=0$ (ordonnée à l'origine).

Les cas où l'équation ne contient qu'une variable donnent des droites remarquables : la droite $x=h$ est verticale, alors que la droite $y=k$ est horizontale.

Droite réelle

Droite orientée sur laquelle on a établi une bijection avec l'ensemble des nombres réels.

Droite sécante

Une droite sécante à une fonction est une droite qui coupe le graphe de la fonction en au moins 2 points.

Droite tangente

Une droite tangente à la courbe de la fonction $f(x)$ en un point $x=a$ est une droite qui passe par le point $(a,f(a))$, appelé « point de tangence », et qui possède la même pente que f en ce point.

E

Élément inverse

Certaines opérations admettent un élément inverse. C'est le cas pour l'addition et la multiplication.

En général, pour l'opération *, si b est l'inverse de a et que n est l'élément neutre, alors $a*b=b*a=n$

L'élément inverse de a pour la multiplication est $1/a$, à condition que a ne soit pas 0.

L'élément inverse de a pour l'addition, appelé élément opposé, est $-a$.

Élément neutre

L'élément neutre d'une opération * est un élément n qui a la caractéristique suivante : quel que soit l'élément x, $x*n=n*x=x$.

Exemples : L'élément neutre de l'addition est 0.
L'élément neutre de la multiplication est 1.
L'élément neutre de l'union est l'ensemble vide $\varnothing$.

Ellipse Une ellipse est le lieu géométrique de tous les points dont la somme des distances à deux points fixes appelés foyers est constante.

L'équation générale d'une ellipse dont les axes sont parallèles aux axes de coordonnées peut se ramener à la forme $\dfrac{(x-h)^2}{a^2}+\dfrac{(y-k)^2}{b^2}=1$.

Ensemble Collection d'objets, nommés éléments, clairement identifiés.

Un ensemble peut être décrit en extension, en donnant la liste de ses éléments ; il peut aussi être décrit en compréhension, si on énonce une règle qui détermine ses éléments.

Des accolades délimitent les éléments d'un ensemble.

Un ensemble contenant un nombre fini d'éléments est appelé ensemble fini alors qu'on parle d'un ensemble infini s'il contient une infinité d'éléments.

Ensemble de référence Voir référentiel.

Ensemble univers Voir référentiel.

Ensemble universel Voir référentiel.

Ensemble vide Ensemble qui ne contient aucun élément. Il est noté $\{\ \}$, ou bien $\varnothing$.

On considère que l'ensemble vide est un sous-ensemble de tous les autres ensembles.

Équation Une équation est une égalité dont les deux membres ne sont équivalents que pour des valeurs particulières attribuées à certaines lettres appelées variables ou inconnues.
Une équation est constituée de deux parties séparées par le signe d'égalité ; ces deux parties sont appelées les membres de l'équation, et on les distingue en membre de gauche et membre de droite.

Exemples : $3x+4=2x-5$ est une équation qui est vérifiée pour $x=-9$.
$6a^2+12a=a+10$ est une équation qui est vérifiée si $a={}^{-5}\!/_{2}$ ou $a={}^{2}\!/_{3}$.

Équation exponentielle Une équation exponentielle est une équation où la variable apparaît en exposant. Dans quelques cas simples, ces équations peuvent se résoudre à l'aide du calcul logarithmique.

<u>Exemple</u> : Résoudre l'équation $3^x = 10$.
Prenons le logarithme de l'équation.

$$\ln\left(3^x\right) = \ln(10)$$

$$x\ln(3) = \ln(10)$$

$$x = \frac{\ln(10)}{\ln(3)} == 2{,}0959...$$

Équation linéaire Une équation qui, réduite à sa forme la plus simple, se ramène à un polynôme de degré 1, est appelée une équation linéaire.

<u>Exemples</u> : $3x + 7y = 27$ et $5x + 3 = 2x - 5$ sont deux équations linéaires.

Équation logarithmique Une équation logarithmique est une équation où la variable apparaît dans un logarithme.

<u>Exemple</u> : Résoudre l'équation $\ln\left(x^2\right) + 3\ln\left(x^5\right) - \ln\left(x^4\right) = 26$.

Utilisons les propriétés des logarithmes pour réécrire l'équation : $2\ln(x) + 15\ln(x) - 4\ln(x) = 26$

$$13\ln(x) = 26$$

$$\ln(x) = 2$$

$$x = e^2 = 7{,}389...$$

Équation quadratique Une équation quadratique est une équation qui se ramène à un polynôme de degré 2.

<u>Exemples</u> : $6x^2 + 11x = 10$, $x^2 + y^2 = 1$ et $x^2 + 1 = 0$ sont toutes des équations quadratiques.

Équation trigonométrique Une équation trigonométrique est une équation qui fait intervenir des fonctions trigonométriques.

Ces équations possèdent la plupart du temps une infinité de solutions, à cause de la périodicité des fonctions. Cependant, il y a souvent une contrainte sur la valeur des angles, ce qui évite l'infinité de solutions.

<u>Exemple</u> : Résoudre $\sin(x)\operatorname{cotg}(x) - \sin(x) = 0,$ avec $0 \le x \le \pi$.

En mettant $\sin(x)$ en évidence, on obtient

$$\sin(x)\left(\operatorname{cotg}(x) - 1\right) = 0$$

Alors $\sin(x) = 0$ ou bien $\operatorname{cotg}(x) - 1 = 0$.

Mais $\sin(x) = 0$ est impossible car alors $\operatorname{cotg}(x)$ n'existerait pas.

Donc $\operatorname{cotg}(x) = 1$ et $x = \pi/4$, qui est bien dans l'intervalle spécifié dans la question.

Exposant

L'exposant d'une quantité indique combien de fois cette quantité est prise comme facteur.

<u>Exemple</u> : a^3 indique que *a* est pris 3 fois comme facteur : $a \cdot a \cdot a$.

Un exposant fractionnaire a/b signifie qu'on doit prendre la racine $b^{\text{ème}}$ puis élever à la puissance *a*, ou dans l'ordre inverse élever exposant *a* puis prendre la racine $b^{\text{ème}}$.

<u>Exemple</u> : $(-8)^{4/3} = \left(\sqrt[3]{-8}\right)^4 = (-2)^4 = 16$

$$= \sqrt[3]{(-8)^4} = \sqrt[3]{4096} = 16$$

On a le résultat suivant : $x^{a/b} = y$ si et seulement si $x^a = y^b$.

F

Facteur

On appelle facteur chacun des nombres, ou chacune des expressions, qui forment un produit.

<u>Exemple</u> : Dans l'expression $3xyz$, les facteurs sont 3, *x*, *y* et *z*.

Fonction

Une fonction *f* est une relation dans laquelle pour chaque élément *x* de son domaine, il existe un unique élément *y* de son image tel que le couple (x, y) est un élément de la relation. On note alors $f(x) = y$.

Fonction bijective

Une fonction $f : A \to B$ est bijective si elle est à la fois injective et surjective.
Si *f* est une fonction bijective —on dit aussi bijection— entre l'ensemble *A* et l'ensemble *B*, alors

1- *f* est inversible : la fonction $f^{-1} : B \to A$ existe et elle est bijective.

2- Les ensembles *A* et *B* ont la même cardinalité.

Fonction constante

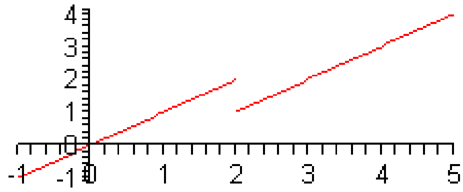
La fonction *f* est constante sur l'intervalle $[a;b]$ si $f(x_2) = f(x_1)$ pour tous les points x_1 et x_2 dans $[a;b]$.

Fonction continue

Une fonction *f* est continue sur l'intervalle $[a;b]$ si son graphique n'est pas interrompu sur cet intervalle et si elle ne tend pas vers l'infini à une des bornes de l'intervalle. C'est une fonction qu'on peut tracer sans lever le crayon.

<u>Exemples</u> : Toutes les fonctions polynomiales, comme entre autres les droites et les paraboles, sont continues sur $\mathbb{R}$.

La fonction dont le graphe apparaît ci-dessous n'est pas continue car elle possède une discontinuité en $x = 2$.



Fonction cosécante	Dans le cercle trigonométrique (cercle centré à l'origine et de rayon 1), considérons l'angle au centre *t* orienté dans le sens trigonométrique (sens inverse des aiguilles d'une montre). Le point (x, y) est le point correspondant sur le cercle. La cosécante est la fonction qui fait correspondre au nombre réel *t* le rapport $1/y$. C'est l'inverse multiplicatif du sinus. On écrit $\operatorname{cosec}(t) = \frac{1}{y}$.
Fonction cosinus	1- Dans le cercle trigonométrique (cercle centré à l'origine et de rayon 1), considérons l'angle au centre *t* orienté dans le sens trigonométrique (sens inverse des aiguilles d'une montre). Le cosinus est la fonction qui fait correspondre au nombre réel *t* l'abscisse *x* du point correspondant sur le cercle. On écrit $\cos(t) = x$. 2- Dans un triangle rectangle le sinus de l'angle θ est donné par $$\cos(\theta) = \frac{\text{côté adjacent}}{\text{hypoténuse}}.$$
Fonction cotangente	Dans le cercle trigonométrique (cercle centré à l'origine et de rayon 1), considérons l'angle au centre *t* orienté dans le sens trigonométrique (sens inverse des aiguilles d'une montre). Considérons le point (x, y) correspondant sur le cercle. La cotangente est la fonction qui fait correspondre au nombre réel *t* le rapport x/y. On écrit $\operatorname{cotg}(t) = \frac{x}{y}$.
Fonction croissante	La fonction *f* est croissante sur l'intervalle $[a;b]$ si $f(x_2) > f(x_1)$ pour tous les points x_1 et x_2 dans $[a;b]$ tels que $x_2 > x_1$. <u>Exemple</u> : La fonction $f(x) = x^3 - 4x$ est croissante sur $]-\infty;-2]$ et sur $[2;\infty[$.
Fonction décroissante	La fonction *f* est décroissante sur l'intervalle $[a;b]$ si $f(x_2) < f(x_1)$ pour tous les points x_1 et x_2 dans $[a;b]$ tels que $x_2 > x_1$.

Exemple : La fonction $f(x) = x^3 - 4x$ est décroissante sur $[-2;2]$.

Fonction exponentielle

Une fonction exponentielle est de la forme $f(x) = a^x$, où a est un paramètre positif, c'est-à-dire une constante; x est la variable.

Si $a > 1$, la fonction $f(x)$ est croissante et $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = \infty$.

Si $0 < a < 1$, la fonction $f(x)$ est décroissante et $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = 0$.

Le domaine de $f(x)$ est $\mathbb{R}$.

L'image de $f(x)$ est l'ensemble des nombres positifs $]0;\infty[$.

Fonction impaire

Une fonction est impaire si son graphe est symétrique par rapport à l'origine.

Si f est impaire et si x et $-x$ sont tous les deux dans le domaine de f, alors $f(-x) = -f(x)$.

Fonction injective

Une fonction $f : A \to B$ est injective si chaque valeur de l'ensemble B est obtenue au plus une fois.
En termes mathématiques : $\forall x_1, x_2 \in A$, si $x_1 \neq x_2$ alors $f(x_1) \neq f(x_2)$.

Fonction inverse

Voir fonction réciproque.

Fonction logarithmique

Une fonction logarithmique est une fonction de la forme $f(x) = \log_b(x)$. b est appelé la base du logarithme et x est l'argument de la fonction.

Le domaine de f est $]0;\infty[$.

L'image de f est $\mathbb{R}$.

$f(x) = y$ si et seulement si $y = b^x$.

Fonction paire

Une fonction est paire si son graphe est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées.

Si f est impaire et si x et $-x$ sont tous les deux dans le domaine de f, alors $f(-x) = f(x)$.

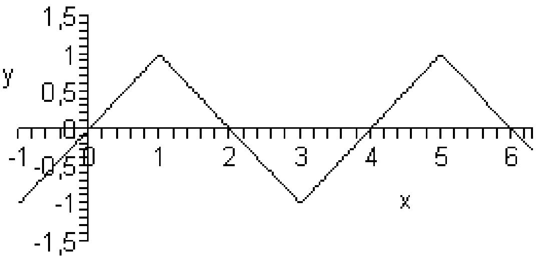
Fonction périodique

Une fonction f est périodique s'il existe un nombre P positif tel que $f(x+P) = f(x)$ sur le domaine de la fonction.

P est appelé la période de la fonction.

Exemples : Les fonctions trigonométriques sont périodiques. La période des fonctions sinus et cosinus est 2π, alors que la période de la fonction tangente est π.

La fonction suivante est périodique, de période 2.



Fonction polynomiale

Une fonction $f(x)$ est polynomiale si elle est de la forme
$f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \ldots + a_1 x + a_0$.

$f(x)$ est une fonction polynomiale de même degré que le polynôme — dans ce cas-ci, *n*.

Le domaine de $f(x)$ est $\mathbb{R}$.

L'image de $f(x)$ dépend de la parité de *n*. Si *n* est impair, alors l'image est $\mathbb{R}$.

Fonction rationnelle

Une fonction rationnelle est une expression de la forme $\dfrac{P}{Q}$, où *P* et *Q* sont des polynômes.

Fonction réciproque

Soit *f* une fonction bijective. La fonction g est la fonction réciproque de *f* si les quatre conditions suivantes sont satisfaites :

$\mathrm{Dom}(g) = \mathrm{Im}(f)$,

$\mathrm{Im}(g) = \mathrm{Dom}(f)$,

$g(f(x)) = x, \forall x \in \mathrm{Dom}(f)$,

$f(g(x)) = x, \forall x \in \mathrm{Dom}(g)$.

On note $g = f^{-1}$.

g est la fonction réciproque de *f* si et seulement si *f* est la fonction réciproque de *g*.

Fonction sécante

Dans le cercle trigonométrique (cercle centré à l'origine et de rayon 1), considérons l'angle au centre *t* orienté dans le sens trigonométrique (sens inverse des aiguilles d'une montre). Considérons le point (x, y) correspondant sur le cercle.

La sécante est la fonction qui fait correspondre au nombre réel *t* le rapport $1/x$. C'est l'inverse multiplicatif du cosinus. On écrit $\sec(t) = \dfrac{1}{x}$.

Fonction sinus

1- Dans le cercle trigonométrique (cercle centré à l'origine et de rayon 1), considérons l'angle au centre *t* orienté dans le sens trigonométrique (sens inverse des aiguilles d'une montre).

Le sinus est la fonction qui fait correspondre au nombre réel t l'ordonnée y du point correspondant sur le cercle. On écrit $\sin(t) = y$.

2- Dans un triangle rectangle, le sinus de l'angle θ est donné par

$$\sin(\theta) = \frac{\text{côté opposé}}{\text{hypoténuse}}.$$

Fonction surjective
Une fonction $f : A \to B$ est surjective si $\operatorname{Im}(f) = B$.

Fonction tangente
1- Dans le cercle trigonométrique (cercle centré à l'origine et de rayon 1), considérons l'angle au centre t orienté dans le sens trigonométrique (sens inverse des aiguilles d'une montre). Considérons le point (x, y) correspondant sur le cercle.

La tangente est la fonction qui fait correspondre au nombre réel t le rapport y/x. On écrit $\operatorname{tg}(t) = \dfrac{y}{x}$.

2- Dans un triangle rectangle, la tangente de l'angle θ est donné par

$$\operatorname{tg}(\theta) = \frac{\text{côté opposé}}{\text{côté adjacent}}.$$

Remarque : en français, l'abréviation pour tangente est « tg » ; « tan » est l'abréviation anglaise.

Formule quadratique
Formule utilisée pour résoudre une équation quadratique $ax^2 + bx + c = 0$:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a},$$ où $b^2 - 4ac$ est appelé le discriminant D.

Les valeurs de x, qui sont appelées les racines de l'équation, seront ...
- réelles et distinctes si $D > 0$;
- réelles et identiques si $D = 0$ — donc une seule racine réelle;
- complexes et conjuguées l'une de l'autre si $D < 0$.

Identité
On appelle identité une égalité qui est vérifiée, quelles que soient les valeurs attribuées aux variables.

Exemples : $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ et $3x = x + x + x$ sont des identités.

Image
L'ensemble image d'une fonction est l'ensemble où la fonction peut prendre ses valeurs.

Exemples : L'ensemble image de $f(x) = \dfrac{3x-1}{x+2}$ est $\mathbb{R} - \{3\}$ puisque c'est impossible que $f(x) = 3$; en effet, cela donnerait $\dfrac{3x-1}{x+2} = 3$, donc $3x - 1 = 3x + 6$, ce qui est contradictoire.

L'ensemble image de $g(x,y)=x^2-y^2$ est $\mathbb{R}$ puisque toutes les valeurs réelles peuvent être obtenues. Si on pose $y=0$, on obtient toutes les valeurs positives ou nulle; alors que si on pose $x=0$, on obtient toutes les valeurs négatives ou nulle.

L'image de $h(x)=\ln(x-3)$ est $\mathbb{R}$.

Intersection — L'intersection de A et B, notée $A \cap B$, est l'ensemble de tous les éléments qui appartiennent aux deux ensembles de départ *A* et *B*.

Intervalle — Ensemble des nombres réels compris entre deux nombres donnés, appelés les bornes de l'intervalle.
L'intervalle qui comprend les nombres de *a* à *b* peut être
- fermé : $[a,b]$. Les nombres *a* et *b* font partie de l'intervalle.
- ouvert :$]a,b[= (a,b)$. Les nombres *a* et *b* ne font pas partie de l'intervalle.
- semi-ouvert : $]a,b] = (a,b]$ ou $[a,b[= [a,b)$. Dans le premier cas, le nombre *a* ne fait pas partie de l'intervalle et le nombre *b* en fait partie. Dans le second cas, *a* en fait partie mais pas *b*.

Remarque : Le crochet ouvrant et la parenthèse ont la même signification ; on peut utiliser l'un ou l'autre, indifféremment.

Inverse — Voir élément inverse, ou fonction réciproque.

L

Lois des cosinus — Dans un triangle quelconque où le côté *A* fait face à l'angle *a*, le côté *B* fait face à l'angle *b* et le côté *C* fait face à l'angle *c*,

$$A^2 = B^2 + C^2 - 2BC\cos(a)$$

$$B^2 = A^2 + C^2 - 2AC\cos(b)$$

$$C^2 = A^2 + B^2 - 2AB\cos(c)$$

Loi des sinus — Dans un triangle quelconque où le côté *A* fait face à l'angle *a*, le côté *B* fait face à l'angle *b* et le côté *C* fait face à l'angle *c*,

$$\frac{\sin(a)}{A} = \frac{\sin(b)}{B} = \frac{\sin(c)}{C}.$$

M

Monôme — Un monôme est un terme constitué de nombres et de lettres, reliés par des multiplications, avec seulement des exposants positifs entiers affectant les lettres (variables). C'est donc un polynôme avec un seul terme.

Multiplication — Opération binaire qui, à tout couple (x,y) d'éléments appelés les facteurs de la multiplication, associie un nouvel élément appelé le produit de ces facteurs.

Exemple : $(x+3)\cdot(2x-1)=2x^2+5x-3$.

$(x+3)$ et $(2x-1)$ sont les facteurs, et $\left(2x^2+5x-3\right)$ est le produit de la multiplication.

La multiplication de fractions se calcule en multipliant les numérateurs ensemble, et les dénominateurs ensemble : $\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}=\frac{a\cdot c}{b\cdot d}$.

Propriétés :

La multiplication est commutative : $a\cdot b=b\cdot a$.

La multiplication est associative : $a\cdot(b\cdot c)=(a\cdot b)\cdot c$.

Il existe un élément neutre pour la multiplication, 1 : $1\cdot a=a\cdot 1=a$.

Chaque nombre réel a différent de 0 possède un élément inverse $1/a$:

$a\cdot 1/a = 1/a\cdot a=1$.

N

Neutre Voir élément neutre.

Nombre complexe Un nombre complexe est un nombre de la forme $a+bi$, où a et b sont des nombres réels, et $i=\sqrt{-1}$ est l'unité des nombres imaginaires.
Les nombres complexes forment un ensemble noté $\mathbb{C}$.

Nombre entier L'ensemble des nombres entiers est l'ensemble qui comprend tous les nombres naturels ainsi que leurs négatifs.
$\mathbb{Z}=\{\ldots,-2,-1,0,1,2,\ldots\}$.

Nombre naturel L'ensemble des nombres naturels est formé de tous les nombres utilisés pour dénombrer.
$\mathbb{N}=\{0,1,2,3,\ldots\}$.

Nombre rationnel L'ensemble des nombres rationnels contient tous les nombres entiers ainsi que tous les nombres fractionnaires.
$\mathbb{Q}=\left\{\frac{a}{b}\,\middle|\, a\in\mathbb{Z} \text{ et } b\in\mathbb{Z} \text{ mais } b\neq 0\right\}$.

Nombre réel Nombre dont l'écriture, en notation décimale, est finie ou infinie, périodique ou non.
Les nombres réels forment un ensemble noté $\mathbb{R}$.

O

Ordonnée L'**axe des ordonnées**, aussi appelé axe des y,est le deuxième axe de coordonnées cartésiennes. Dans le plan, c'est l'axe vertical, orienté vers le haut.

L'**ordonnée d'un poin**t (x, y) est la deuxième coordonnée de ce point.

P

Paramètre — Dans une expression ou une fonction, un paramètre est une lettre autre que la variable, dont on peut fixer la valeur. Il est considéré comme une constante dont la valeur n'a pas encore été fixée.

Pente — La pente d'une droite ou d'un segment de droite est la mesure de son inclinaison.
Soit (x_1, y_1) et (x_2, y_2) deux points d'une droite — ou d'un segment de droite. La pente de cette droite — respectivement de ce segment — est la différence des ordonnées divisée par la différence des abscisses : $\dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$.

Plan cartésien — Plan muni d'un repère cartésien orthonormé, c'est-à-dire de deux axes orientés perpendiculaires, l'abscisse et l'ordonnée, sur lesquels une longueur 1 est déterminée.

Polynôme — Un polynôme est une somme de termes dont chacun est un nombre, ou le produit d'un nombre et d'une ou plusieurs variables munies d'un exposant entier non négatif.

Exemples : $x^2 + x + 1$, $x^2 + y^2$ et $4x^3 - 7x^2y - y^3$ sont des polynômes à 1, 2 et 2 variables respectivement.

$5x^{2/3} + 2\sqrt{x}$ n'est pas un polynôme car la variable est munie d'exposants qui ne sont pas entiers.

$\dfrac{5}{y^2}$ n'est pas un polynôme car la variable est munie d'un exposant négatif puisque $\dfrac{5}{y^2} = 5y^{-2}$.

R

Racine — Une **racine d'une équation** est une solution de cette équation.

Une **racine d'un polynôme** est un nombre r qui, substitué à la variable x, rend ce polynôme égal à 0. Le facteur $(x - r)$ est alors un facteur de ce polynôme. Si $(x - r)^n$ est un facteur du polynôme, on dit que r est une racine de multiplicité n.

La **racine *n*ième** d'un nombre a est un nombre b tel que $b^n = a$.

Exemples : La racine de l'équation $3x+4=2x-5$ est $x=-9$.

Les racines du polynôme $6a^2+11a-10$ sont $-5/2$ et $2/3$.

La racine $5^{\text{ème}}$ de 32 est 2.

Radian

Le radian est la mesure de l'angle au centre qui intercepte sur le cercle un arc dont la longueur égale celle du rayon.
Puisque la circonférence d'un cercle mesure $2\pi*(\text{le rayon})$, il y a donc 2π radians dans un cercle, c'est-à-dire dans un tour complet.

Rationalisation du dénominateur

Rationaliser le dénominateur d'une fraction signifie modifier la fraction de telle sorte que le dénominateur soit rationnel, c'est-à-dire qu'il ne contienne pas de radicaux.

Exemples : Dans le cas où le dénominateur est un seul terme, comme $\frac{3}{\sqrt{10}}$, ou $\frac{12\sqrt{5}}{7\sqrt{3}}$, il suffit de multiplier le numérateur et le dénominateur de la fraction par le facteur irrationnel du dénominateur.

$$\frac{3}{\sqrt{10}}=\frac{3\sqrt{10}}{\sqrt{10}\sqrt{10}}=\frac{3\sqrt{10}}{10}.$$

$$\frac{12\sqrt{5}}{7\sqrt{3}}=\frac{12\sqrt{5}\sqrt{3}}{7\sqrt{3}\sqrt{3}}=\frac{12\sqrt{15}}{7\cdot 3}=\frac{4\sqrt{5}}{7}.$$

Dans le cas où le dénominateur est une somme ou une différence, comme $\frac{5}{3-2\sqrt{7}}$ ou $\frac{5+3\sqrt{2}}{7-4\sqrt{2}}$, il faut multiplier le numérateur et le dénominateur de la fraction par le conjugué du dénominateur.

$$\frac{5}{3-2\sqrt{7}}=\frac{5\left(3+2\sqrt{7}\right)}{\left(3-2\sqrt{7}\right)\left(3+2\sqrt{7}\right)}=\frac{5\left(3+2\sqrt{7}\right)}{9-4\cdot 7}$$
$$=\frac{5\left(3+2\sqrt{7}\right)}{-19}=\frac{-5\left(3+2\sqrt{7}\right)}{19}.$$

$$\frac{5+3\sqrt{2}}{7-4\sqrt{2}}=\frac{\left(5+3\sqrt{2}\right)\left(7+4\sqrt{2}\right)}{\left(7-4\sqrt{2}\right)\left(7+4\sqrt{2}\right)}=\frac{35+20\sqrt{2}+21\sqrt{2}+12\cdot 2}{49-16\cdot 2}$$
$$=\frac{35+24+(20+21)\sqrt{2}}{49-32}=\frac{59+41\sqrt{2}}{17}$$

Rayon

Le **rayon** est la moitié du diamètre.

Le **rayon d'un intervalle** est donc la moitié de la distance *d* entre les bornes *a* et *b* de l'intervalle $[a;b]$, $[a;b[$, $]a;b]$, ou $]a;b[$.

Le **rayon d'un cercle** ou le **rayon d'une sphère** est la distance entre le centre et un point du cercle ou de la sphère.

Référentiel — Dans le cadre d'un problème ou d'un contexte, c'est l'ensemble de tous les éléments considérés.

Réflexion d'une fonction — La fonction $g(x)$ est obtenue par réflexion de la fonction $f(x)$ si $g(x) = -f(x)$. La fonction $g(x)$ est donc le « miroir vertical » de $f(x)$.

Réunion — Voir union.

S

Sécante — Voir fonction sécante, ou droite sécante.

Solution — Une solution d'une équation est un nombre, élément du domaine de l'équation, qui transforme l'équation en un énoncé vrai lorsqu'on le substitue à la variable. On dit aussi *racine* de l'équation.

Exemples : La solution de l'équation $3x+4=2x-5$ est $x=-9$.

Les solutions de l'équation $6a^2+12a=a+10$ sont $a = {}^{-5}\!/_{2}$ et $a = {}^{2}\!/_{3}$.

Sous-ensemble — Un ensemble A est un sous-ensemble d'un autre ensemble B si chaque élément de A est aussi un élément de B.

Soustraction — Opération binaire qui, à tout couple (x, y) de nombres, associe un nouveau nombre appelé la différence.

Exemple : $8-3=5$.

La soustraction de fractions se calcule, comme l'addition, à l'aide d'un dénominateur commun : $\frac{a}{b}-\frac{c}{d}=\frac{ad-bc}{bd}$.

Note : La soustraction n'est pas commutative : $a-b \neq b-a$.

Sphère — Lieu de tous les points situés à une même distance d'un point fixe appelé le centre de la sphère. La distance séparant les points de la sphère de son centre est appelée le rayon de la sphère.

L'équation de la sphère, de rayon *r* et dont le centre est situé en (h, j, k), est $(x-h)^2+(y-j)^2+(z-k)^2=r^2$.

Le diamètre d'une sphère est le segment de droite qui relie deux points de la sphère et qui passe par le centre de cette sphère.

Un grand cercle est la ligne d'intersection avec la sphère, d'un plan passant par le centre de la sphère.

T

Tangente Voir droite tangente, ou fonction tangente.

Terme Chacun des éléments d'une somme, d'une différence, d'un polynôme ou d'une suite.

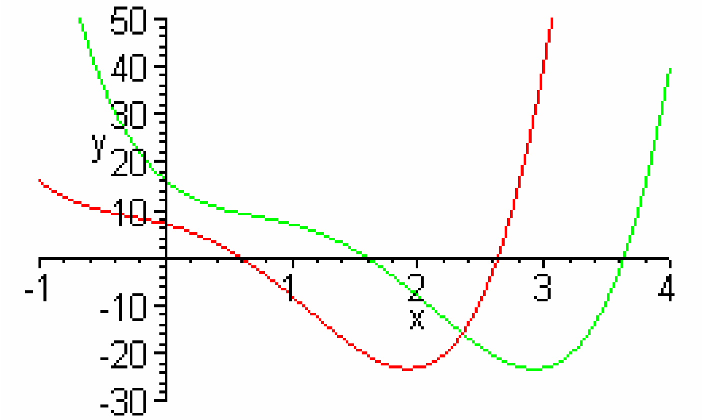
Exemples : L'expression 5+2+7 possède 3 termes.

Le polynôme $3x^2 - \frac{3}{2}$ est formé de 2 termes : $3x^2$ et $\frac{-3}{2}$.

Le terme général de la suite $(1, 2, 3, \ldots, n, \ldots)$ est n.

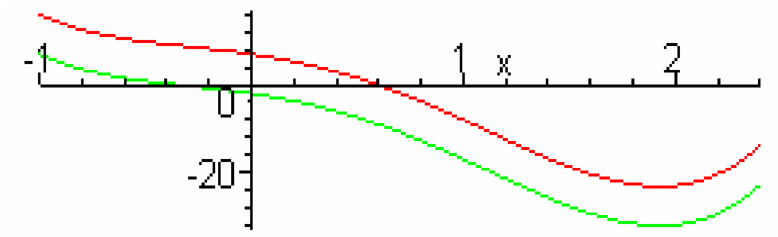
Translation horizontale La fonction $g(x)$ est obtenue de la fonction $f(x)$ par translation verticale si $g(x) = f(x+h)$. Si h est positif, alors la fonction $g(x)$ est à gauche de la fonction $f(x)$.

Exemple : Dans le graphe ci-dessous, $g(x) = f(x-1)$; donc $g(x)$ est à droite de $f(x)$.



Translation verticale La fonction $g(x)$ est obtenue de la fonction $f(x)$ par translation verticale si $g(x) = f(x)+k$. Si k est positif, alors la fonction $g(x)$ est au-dessus de la fonction $f(x)$.
La translation verticale donne deux fonctions parallèles l'une à l'autre.

Exemple : Dans le graphe ci-dessous, $g(x) = f(x)+9$, donc $g(x)$ est au-dessus de $f(x)$.



Trinôme Polynôme qui contient 3 termes irréductibles entre eux.

U

Union L'union de A et B, notée $A \cup B$, est l'ensemble formé de tous les éléments qui appartiennent au moins à l'un des deux ensembles de départ.
On dit aussi « réunion de A et B ».

V

Valeur absolue La valeur absolue d'un nombre a est sa valeur positive.

$$|a| = \begin{cases} a & \text{si } a \geq 0 \\ -a & \text{si } a < 0 \end{cases}$$

<u>Exemples</u> : $\left|{}^{5}\!/_{3}\right| = {}^{5}\!/_{3}$ et $|-7| = -(-7)$.

Variable Une lettre ou un symbole qui peut prendre différentes valeurs.
Généralement on représente les variables par les lettres x, y, z.

Z

Zéro La valeur de x où la courbe d'une fonction coupe l'axe des x s'appelle un zéro de cette fonction.
L'origine de cette appellation est que la fonction vaut 0, à ce point.
Les zéros de la fonction f sont aussi appelés les racines de f.